Cálculo Numérico

Método de Gauss-Jacobi

Prof. Flávio Murilo de Carvalho Leal
Centro Universitário de Juazeiro do Norte
Uninassau

O método de Euler é um dos mais simples e antigos métodos numéricos para resolver equações diferenciais ordinárias (EDOs) de primeira ordem da forma:

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y), \quad y(x_0) = y_0.$$

A ideia básica é:

Usar a reta tangente à solução em um ponto como aproximação local;

Avançar passo a passo ao longo do eixo x usando essa aproximação.

É um método **explícito** e de **primeira ordem**, muito útil para fins didáticos e prototipagem rápida.

Dedução da Fórmula do Método de Euler

Seja $y(x)$ a solução da EDO $y' = f(x, y)$.

Pela definição da derivada, a reta tangente em x_n é:

$$y(x) \approx y(x_n) + (x - x_n) \cdot y'(x_n).$$

Escolhendo $x = x_{n+1} = x_n + h$, obtemos:

$$y(x_{n+1}) \approx y(x_n) + h \cdot y'(x_n).$$

Como $y'(x_n) = f(x_n, y_n)$, definimos a aproximação numérica:

$$\boxed{y_{n+1} = y_n + h \cdot f(x_n, y_n)}.$$

Esta é a **fórmula recursiva do método de Euler**.

A temperatura $y(x)$ de um corpo satisfaz:

$$\frac{dy}{dx} = -k\,(y - y_a), \quad y(0) = 90,$$

onde:

$k = 0.1$ (constante de resfriamento);

$y_a = 20$ °C (temperatura ambiente);

x: tempo (minutos).
Vamos aplicar o método de Euler com passo $h = 1$ para $x = 0, 1, 2, 3$.

Fórmula iterativa:

$$y_{n+1} = y_n - h \cdot k \cdot (y_n - y_a).$$

$$x_0 = 0, \quad y_0 = 90$$

$$y_1 = 90 - 1 \cdot 0.1 \cdot (90 - 20) = 90 - 7 = 83$$

$$y_2 = 83 - 0.1 \cdot (83 - 20) = 83 - 6.3 = 76.7$$

$$y_3 = 76.7 - 0.1 \cdot (76.7 - 20) = 76.7 - 5.67 = 71.03$$

Resultados:

x	$y(x)$ (aprox.)
0	90.00
1	83.00
2	76.70
3	71.03

A aproximação melhora com passos menores ($h \to 0$).